

Analisis Kinematika Dan Transformasi Koordinat Robot Kartesius Enam Derajat Kebebasan

Matius Irsan Kasau¹, ST. Aminah Dinayati Ghani²

¹Dosen LLDIKTI IX DPK pada STMIK Dipanegara Makassar, ²STMIK Dipanegara Makassar
Program Studi Teknik Informatika, STMIK Dipanegara, Makassar
e-mail: ¹irsan.kasau@dipanegara.ac.id, ²dinayati.amy@dipanegara.ac.id

Abstrak

Suatu sistem Robot memiliki banyak konfigurasi yang menentukan tingkat kerumitan gerakan persendian dan ruas lengan. Keumitan suatu robot ditentukan oleh jumlah DOFnya, ruang tempat beroperasinya, dan system koordinatnya, sehingga dikenal konfigurasi robot jenis: Kartesius, Silinder, Speris, Artikulasi, SCARA, dan Delta. Tulisan ini bertujuan untuk menganalisis kinematika dan transformasi koordinat robot Kartesius enam DOF menggunakan metode matematika vector yang dihitung menurut algoritma gerak translasi dan algoritma dari dua pilihan konfigurasi gerak rotasi. Hasil analisis dari tujuh kasus yang dihitung menunjukkan bahwa dengan mempertukarkan tiga nilai parameter penentu gerak translasi dan rotasi diperoleh pasangan dua dua rotasi yang sama pada kedua pilihan konfigurasi. Selain itu, juga ditemukan bahwa tiga DOF gerak translasi tidak saling bergantung dengan tiga DOF gerak rotasi.

Kata Kunci : Robot Kartesius, Kinematika, Transformasi Koordinat

Abstract

A Robot system has many configurations that determine the level of complexity of joint and arm movements (link). The complexity of a robot is determined by the number of DOF, the space in which it operates, and its coordinate system, so that the robot configuration type is recognized: Cartesian, Cylinder, Spherical, Articulation, SCARA, and Delta. This paper aims to analyze the kinematics and transformation of the Cartesian six DOF robot coordinates using vector mathematical methods calculated according to the translational motion algorithm and the algorithm of two rotational motion configuration options. The results of the analysis of the seven calculated cases show that by exchanging three values of the parameters determining the translation and rotation motion, two pairs of two rotations are obtained for the two configuration options. In addition, it was also found that three DOF translational motion are not interdependent with three DOF rotational motion.

Keywords : Cartesian Robot, Kinematics, Coordinate Transformation

1. Pendahuluan

Kata “ROBOT” [1] untuk pertama kali digunakan di New York pada Oktober 1922 pada sebuah pentas theater yang berjudul “RVR”, oleh Karel Caper. Kata Robot itu sendiri berasal dari sebuah kata robota yang berarti kerja.

Tahun 1956, UNIMATION memulai bisnis robot dan baru pada tahun 1972 mendapatkan laba dari usahanya tersebut. Istilah robot makin populer setelah ada film *Starwars* dan Robot R2D2 yaitu sekitar tahun 70-an.

Robot adalah sesuatu yang dapat di program dan diprogram ulang, dengan memiliki manipulator mekanik / penggerak yang didesain untuk memindahkan barang-barang, komponen-komponen atau alat-alat khusus dengan berbagai program yang fleksibel / mudah disesuaikan untuk melaksanakan berbagai macam tugas”

Ruang lingkup dari robotik (ilmu robot) mencakup *Artificial Intelegent*, ilmu komputer, *engineering* mekanik, psikologi, anatomi, and bidang ilmu lainnya Kata Robotik sendiri pertama kali digunakan oleh Issac Asimov pada tahun 1942.

1.1. Komponen Dasar sebuah Robot

Komponen Dasar Sebuah Robot [1, 2, 3]:

1. Manipulator: Mekanik, Penyangga gerakan (appendage), Base (pondasi / landasan robot)
2. Controller: Jantung dari robot untuk mengontrol (MP, RAM, ROM, Sensor dll).
3. Power Supply: Sumber tenaga yang dibutuhkan oleh robot, dapat berupa energi listrik, energi tekanan cairan (hidrolik), atau energi tekanan udara (Pneumatik).
4. End Effector

Robot digunakan dalam lingkungan industri untuk pekerjaan seperti mesin pemasang & pelepas, penanganan material, operasi pengepresan dan operasi perakitan sederhana. Adapun karakteristik dari suatu Robot adalah [4]:

Tabel 1. Karakteristik Kelas Teknologi Robot Industri.

Kelas Teknologi	Karakteristik				
	Siku (pergerakan)	Beban Kerja (Kg)	Waktu Siklus (Second)	Ketelitian (mm)	Aktuasi (jenis penggerak)
Rendah	2-4	3-13,6	5-10	0,025-0,05	Motor listrik
Menengah	5-6	68-150	1,0	0,2-1,3	Motor Listrik/Hidraulik
Tinggi	8-10	150-250	10-25	1,5-3,0	ML/Hid/Pneumatik

1.2. Geometri Robot dan Istilah-Istilahnya

Degrees Of Freedom (DOF) adalah setiap titik sumbu gerakan mekanik pada robot, tidak dihitung untuk *End Effector*. *Degrees Of Movement (DOM)* adalah kebebasan / kemampuan untuk melakukan sebuah gerakan. Sebagai contoh, robot dengan 6 derajat kebebasan (2):

1. *Arm Sweep or Base Rotation* (dudukan untuk berputar)
2. *Shoulder Flex* (lengan atas / pundak)
3. *Elbow Flex* (lengan bawah)
4. *Wrist Pitch* (pergelangan angguk)
5. *Wrist Yaw* (pergelangan sisi)
6. *Wrist Roll* (pergelangan putar)

1.3. Joint dan Link

Joint memungkinkan terjadinya gerakan pada dua bagian tubuh robot, sedangkan *Link* menghubungkan tiap-tiap joint. Tipe-tipe Joint adalah: *Linear Joint*: Gerakan antara *In & Out*, link adalah gerakan linear (tipe L-Joint). *Orthogonal Joint*: Ini juga *Linear Joint*. Tetapi antara *In & Out*, Link-nya saling tegak lurus (tipe O-Joint). *Rotational Joint*: Merupakan penghubung dimana perputaran terjadi tegak lurus terhadap *In & Out Link* (tipe R-Joint). *Twisting Joint*: Mengakibatkan gerakan berputar, tapi putaran paralel dengan *In & Out Link* (tipe T-Joint). *Revolving Joint*: *Input Link*, paralel dengan axis perputaran dari joint. *Output* tegak lurus dengan putaran.

1.4. Robot Konfigurasi

Robot mempunyai bermacam-macam bentuk dan ukuran, sehingga memiliki beragam kemampuan gerakan. Secara fisik, ada beberapa konfigurasi yang dapat dibentuk, yaitu, Konfigurasi Koordinat Kartesian: Sistem koordinat kartesian berbasis akan 3 sumbu atau bidang, yaitu sumbu x, y dan z.

Konfigurasi Koordinat Silinder : Sistem koordinat silinder memiliki 3 derajat kebebasan (DOF) atau 3 axis, yang terdiri dari : (θ) mewakili sumbu putar, sumbu z mewakili gerakan naik-turun serta sumbu R yang mewakili gerakan memanjang atau memendek.

Konfigurasi Koordinat Polar : Konfigurasi koordinat polar/simetrikal juga memiliki 3 sumbu yaitu (θ), β (beta), dan R. dikatakan system simetrikal karena ruang gerak dari robot merupakan sphere (bola).

Sistem Koordinat Articulate : Sistem koordinat articulate didefinisikan dengan 3 sumbu, yakni ? (θ), *upper arm* **xx** dan *elbow* (U). Sumbu ini memberikan ke-fleksibelan lebih besar.

Konfigurasi SCARA (*Selective Compliance Assembly Robot Arm*) : Sistem sumbu yang mirip koordinat *Articulate* tetapi berbasis pada gerakan horizontal. Memiliki kemampuan untuk “insektion.

1.5. Sistem Kontrol

Jenis Robot kontrol: Ada beberapa jenis pengatur gerakan pada robot, di antaranya: *Limite Sequence* Robot. Ciri – ciri : Paling sederhana, Paling murah, umumnya menggunakan *driver pneumatic*, Operasinya *Pick & Place. Point to Point*. Ciri – ciri : Lebih canggih dari *Limite Sequence* Robot, Menyimpan titik-titik dari langkah robot, Menggunakan *driver hydraulic*, Motor elektronik. *Countouring*. Ciri – ciri : Peningkatan *Point to Point, Speed & Countour*, Menggunakan *driver hydraulic*, *Line Tracker*, Ciri – ciri : Untuk benda bergerak, Senior dan program, Menggunakan *driver hydraulic*, *Intelligent Robot*, Ciri – ciri : Dapat bereaksi dengan lingkungan, Dapat mengambil keputusan, *Advance I/O*, *Advance sensor*.

Bagian-Bagian Pada Kontrol Robot: Kontrol pada robot dapat dikelompokkan dari level rendah, menengah dan tinggi. Secara detail adalah sebagai berikut :
Low Technology Controllers, Mungkin dapat diprogram untuk praktis atau tidak praktis. Tidak ada *internal memory amp*.

Medium Technology Controllers, Mempunyai 2 sampai 4 sumbu bergerak dan memiliki mikroprosesor serta memori (terbatas). Tetapi I/O-nya terbatas, *delay* setiap gerakan serta dapat diprogram jika kerja telah lengkap.

High Technology Controllers, Memiliki memori yang besar serta punya mikroprosesor dan co-mikroprosesor. Berbagai-macam I/O, re-program dalam waktu singkat. Mempunyai sampai dengan 9 axis (DOF). Dalam kontrolernya ada 5 bagian penting, yaitu *Power Supply*, *Interface*, *Axis Drive Board*, *Option Boards* dan Mikroprosesor.

1.6. Sensor

Sensor pada robot industri ada dua kategori, yaitu :

- a. Internal Sensor, digunakan untuk mengontrol posisi, kecermatan dan lain-lain. Contohnya adalah potensiometer, *optical encoder*.
- b. Eksternal Sensor, digunakan untuk mengontrol dan mengkoordinasi robot dengan *environment*. Contohnya adalah switch sentuh, infra merah.

Menurut jenis dan fungsinya dapat dilihat beberapa tipe sensor di bawah ini: Kontak Sensor, dapat digunakan untuk mendeteksi kontak atau gaya. Ada dua jenis yaitu *Touch Sensor* dan *Stress/ Force Sensor*. Proximity Sensor, jika jarak antara obyek dan sensor dekat. Misalnya untuk mengetahui jarak dari objek. *Optical* Sensor, untuk mengetahui ada atau tidaknya suatu barang. *Vision* Sensor, untuk mendefinisikan benda, alignment dan inspection. Voice Sensor, untuk mengenali jenis benda dan melakukan perintah lewat suara. Dan masih banyak jenis-jenis sensor lainnya, biasanya sensor digunakan untuk pengukuran kondisi fisik, seperti temperature, tekanan, aliran listrik dan lain-lain.

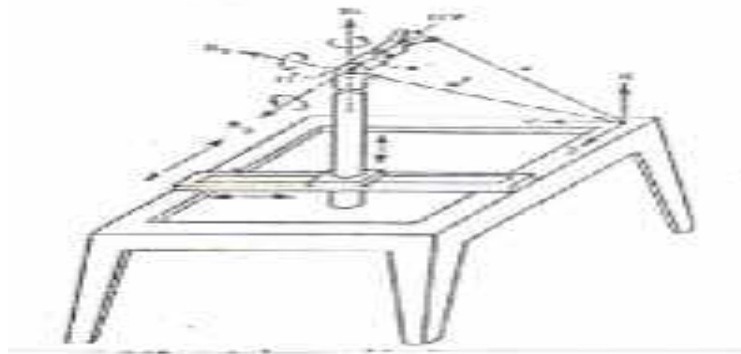
Adapun kegunaan Robot, Robot sangat bermanfaat untuk: Industri / Manufaktur, Transportasi, Lingkungan berbahaya, Explorasi, Layanan Personal, Membantu Manusia.

2. Teori Dasar dan Metode

Dari Pendahuluan telah diberikan enam jenis klasifikasi robot: robot artikulasi, robot kartesius, robot SCARA, robot delta, robot kutub, dan robot silinder. Adapun **Robot Cartesian (Kartesius)** [5], juga disebut robot bujursangkar atau gantry dan memiliki konfigurasi persegi panjang. Jenis robot industri ini memiliki tiga sambungan prisma untuk menghasilkan gerakan linier dengan meluncur pada tiga sumbu tegak lurus (X, Y dan Z). Mungkin juga memiliki pergantian tangan yang terpasang untuk memungkinkan gerakan rotasi. Robot *Cartesian* digunakan di sebagian besar aplikasi industri karena mereka menawarkan fleksibilitas dalam konfigurasi yang membuatnya cocok untuk kebutuhan aplikasi spesifik. Keuntungan dari robot ini adalah : Memberikan akurasi posisi tinggi, Operasi sederhana, Mudah diprogram secara offline, Sangat dapat dikustomisasi, Dapat menangani beban berat, Lebih sedikit biaya. Kekurangan dari robot ini adalah : Membutuhkan area operasional dan instalasi yang besar, Perakitan

kompleks, Gerakan terbatas hanya pada satu arah pada satu waktu. Khusus dalam tulisan ini, akan dibahas robot Kartesius 6 derajat kebebasan (DOF), 3 gerak translasi dan 3 gerak rotasi, seperti Gambar 1.

Metode yang digunakan adalah metode matematika vektor yang dihitung menurut algoritma gerak translasi dan algoritma dari dua pilihan konfigurasi gerak rotasi tanpa memperhitungkan massa dari link dan *joint system* robot (secara kinematika).



Gambar 1 Robot Kartesius 6 DOF (gerak rotasi TCP sejajar dengan sumbu)

Marilah meninjau posisi dan orientasi dari TCP (*Tool Center Point*) atau EE (*End Effector*) yang diinginkan sebagai berikut [5]:

$$p = [p_x \ p_y \ p_z]^T \quad R = [R_x \ R_y \ R_z]^T \quad (1)$$

p = posisi TCP yang diinginkan dilihat dari pusat koordinat $O(x, y, z)$

R = orientasi rotasi vector yang dibutuhkan untuk posisi TCP yang tepat.

TCP = *Tool Center Point*

Posisi baru 3 gerak translasi:

$$u' = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T = p - v' \quad (2)$$

u' = lokasi pusat O' dilihat dari pusat koordinat $O(x, y, z)$

v' = lokasi baru yang dihitung menggunakan vektor transformasi persamaan (4):

Anggaplah bahwa vektor v adalah antara u' dengan TCP diketahui mula-mula :

$$v = [v_x \ v_y \ v_z]^T \quad (3)$$

Posisi baru v' adalah:

$$v' = v + \frac{2R \times (v + R \times v)}{1 + f^2} \quad x = \text{CROSS} \quad (4)$$

dimana:

$$f^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2 \quad (5)$$

Adapun 6 derajat kebebasan (*a six degrees of freedom*) dari robot Kartesius:

$q_1, q_2, q_3 \rightarrow$ gerak translasi pada sumbu x, y, dan z

$q_4, q_5, q_6 \rightarrow$ gerak rotasi pada poros R_1, R_2, R_3

dimana poros R_1 adalah lurus/terusan dari sumbu z, R_2 adalah lurus/terusan vektor u' dan R_3 adalah lurus/terusan vektor v

Relasi/hubungan antara 3 gerak translasi dan 3 gerak rotasi adalah:

$$f_i = \tan \frac{q_{i+3}}{z} \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

dan

$$R_1 = [f_1 \ 0 \ 0]^T \quad R_2 = [0 \ f_2 \ 0]^T \quad R_3 = [0 \ 0 \ f_3]^T \quad (7)$$

Dari (7) dapat dicari komposit total $R = R_1 * R_2 * R_3$ dengan cara:

Komposit rotasi parsial:

$$R' = R_1 * R_2 = \frac{R_1 + R_2 + R_1 \times R_2}{1 - R_1 \cdot R_2} \quad \text{sebelah kanan } x = \text{cross}, \cdot = \text{dot} \quad (8)$$

Dengan mensubstitusikan R_1 dan R_2 pada persamaan (7) diperoleh:

$$R' = R_1 * R_2 = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_1 f_2 \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

Kemudian lanjutkan menghitung komposit total $R = R' * R_3$ menggunakan rumus (8) diperoleh:

$$R = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} = \frac{1}{1-f_1 f_2 f_3} \begin{bmatrix} f_1 + f_2 f_3 \\ f_2 - f_1 f_3 \\ f_3 + f_1 f_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

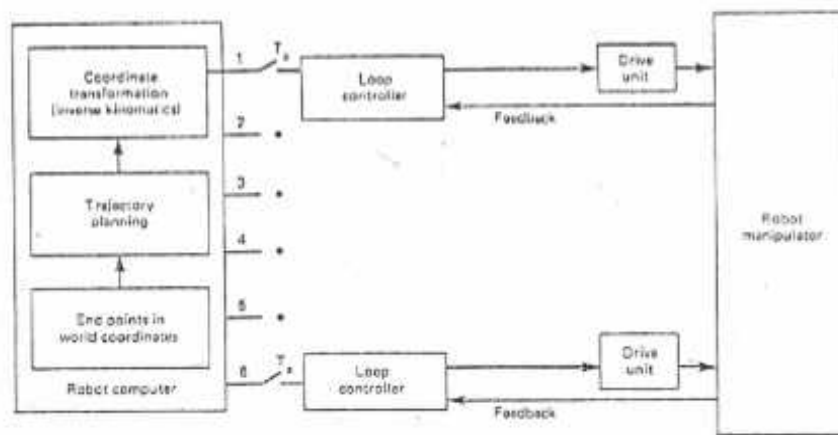
Nilai ini digunakan untuk menghitung posisi baru rotasi q_4, q_5, q_6 dengan rumus:

$$q_4 = \tan^{-1} \frac{2(R_x - R_y R_z)}{1 + 2R_z^2 - f^2} \quad (11)$$

$$q_5 = \sin^{-1} \frac{2(R_x R_z + R_y)}{1 + f^2} \quad (12)$$

$$q_6 = \tan^{-1} \frac{2(R_z - R_x R_y)}{1 + 2R_z^2 - f^2} \quad (13)$$

Jika vektor v ($O' \rightarrow TCP$) tegak lurus sejajar dengan sumbu z, seperti Gambar 2:



Gambar 2 Gerak rotasi TCP (EE) berimpit dengan sumbu z (vertikal)

maka persamaan (7) menjadi [5 Yoram Korem.1985. **Robotics for Engineer. McGraw-Hill Book Company**]:

$$R_1 = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad R_2 = \begin{bmatrix} 0 & f_2 & 0 \end{bmatrix}^T \quad R_3 = \begin{bmatrix} f_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

dan komposit total $R = R_1 * R_2 * R_3$ menjadi:

$$R = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} = \frac{1}{1-f_1 f_3} \begin{bmatrix} f_1 + f_3 \\ f_2 (1 + f_1 f_3) \\ f_2 (f_1 - f_3) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Nilai ini digunakan untuk menghitung posisi baru q_4, q_5, q_6 dengan rumus:

$$q_4 = \tan^{-1} R_x + \tan^{-1} \left(\frac{R_z}{R_y} \right) \quad (16)$$

$$q_5 = 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{R_y^2 + R_z^2}{1 + R_x^2}} \quad (17)$$

$$q_6 = \tan^{-1} R_x - \tan^{-1} \left(\frac{R_z}{R_y} \right) \quad (18)$$

2.1. Implementasi untuk Kasus Penelitian :

Diberikan pada persamaan (1) data sebagai berikut:

$$p = \begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}^T \quad R = \begin{bmatrix} R_x & R_y & R_z \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$v = \begin{bmatrix} v_x & v_y & v_z \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Mencari posisi baru 3 translasi (q_1, q_2, q_3) dan 3 rotasi (q_4, q_5, q_6)

Dari persamaan (4) dan (5) diperoleh:

$$v' = v + \frac{2R \times (v + R \times v)}{1 + f^2} = [0 \quad 0 \quad -1]^T \quad (19)$$

Dari persamaan (2)

$$o' = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T = p - v' = [2 \quad 3 \quad 5]^T \quad (20)$$

Dari persamaan (16), (17), dan (18), diperoleh:

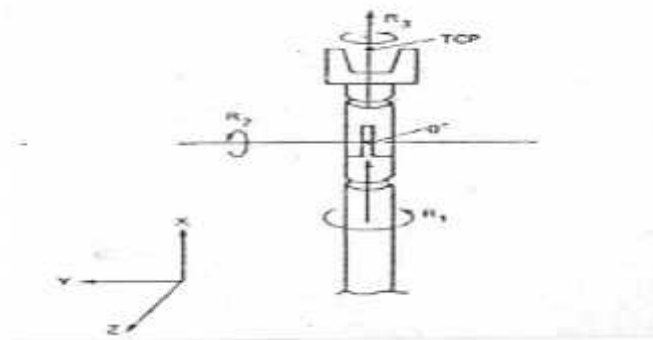
$$[q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T = [0^\circ \quad 90^\circ \quad 0^\circ]^T \quad (21)$$

Jadi 6 derajat kebebasan (*a six degrees of freedom*) dari robot Kartesius, diperoleh posisi baru:

$$q = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6]^T = [2 \quad 3 \quad 5 \quad 0^\circ \quad 90^\circ \quad 0^\circ]^T$$

Ini artinya q_1, q_2 tidak terjadi gerak translasi, q_3 terjadi gerak translasi 1 satuan sumbu z, sementara q_4, q_6 tidak terjadi gerak rotasi, q_5 terjadi gerak rotasi 90° .

Adapun sistem kontrol dari 6 DOF robot Kartesius adalah seperti Gambar 3.



Gambar 3 Struktur system control robot Kartesius 6 DOF

Perhatikan Gambar 3, Robot komputer digunakan untuk tiga fungsi; *End points in world coordinates* yaitu bagaimana menetapkan posisi koordinat TCP (EE). Dari sini kemudian *trayektory planning* (perencanaan lintasan) nya, yang selanjutnya penentuan coordinate transformation (transformasi koordinat) dari 6 DOF. Setiap gerak translasi dan gerak rotasi, masing masing memiliki *loop controller* tertutup dengan feedback melalui Sensor yang mengontrol ketepatan posisi TCP (EE). Tiga Drive Unit menggerakkan tiga motor servo untuk tiga gerak translasi, dan tiga Drive Unit lagi menggerakkan tiga motor servo untuk tiga gerak rotasi. Terakhir pada diagram adalah Robot Manipulator, yang tidak lain adalah 6 DOF dari robot yakni 3 DOF untuk gerak translasi, dan 3 DOF untuk gerak rotasi.

2.2. Algoritma Program untuk Posisi Baru Translasi :

1. Mulai
2. Tetapkan posisi TCP (EE) yang diinginkan: $p = [p_x \quad p_y \quad p_z]^T$ dan orientasi rotasi $R = [R_x \quad R_y \quad R_z]^T$
3. Tetapkan koordinat mula-mula TCP (EE): $v = [v_x \quad v_y \quad v_z]^T$
4. Hitung: $R \times v$
5. Hitung: $v + R \times v$
6. Hitung: $2R \times (v + R \times v)$
7. Hitung: $f^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2$
8. Hitung: $1 + f^2$
9. Hitung: $\frac{2R \times (v + R \times v)}{1 + f^2}$
10. Hitung: $v' = v + \frac{2R \times (v + R \times v)}{1 + f^2}$
11. Hitung: $o' = p - v'$

12. Output: $\omega' = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$

13. Selesai

2.3. Algoritma Program untuk Posisi Baru Rotasi

A. Untuk tool v berporos R_3 sejajar dengan sumbu z , R_2 sejajar sumbu y , dan R_1 sejajar sumbu

x

B. Untuk tool v berporos R_3 sejajar dengan sumbu x , R_2 sejajar sumbu y , dan R_1 sejajar sumbu

x

1. Mulai

2. Pilih A atau B

3. Pilihan A, tetapkan: $R_1 = [f_1 \ 0 \ 0]^T$, $R_2 = [0 \ f_2 \ 0]^T$, $R_3 = [0 \ 0 \ f_3]^T$

4. Pilihan B, tetapkan: $R_1 = [f_1 \ 0 \ 0]^T$, $R_2 = [0 \ f_2 \ 0]^T$, $R_3 = [f_3 \ 0 \ 0]^T$

5. Hitung: $R_1 \otimes R_2$

6. Hitung: $R_1 + R_2$

7. Hitung: $R_1 + R_2 + R_1 \otimes R_2$

8. Hitung: $R_1 \cdot R_2$

9. Hitung: $1 - R_1 \cdot R_2$

10. Hitung: $R' = \frac{R_1 + R_2 + R_1 \otimes R_2}{1 - R_1 \cdot R_2}$

11. Hitung: $R' \otimes R_3$

12. Hitung: $R' + R_3$

13. Hitung: $R' + R_3 + R' \otimes R_3$

14. Hitung: $R' \cdot R_3$

15. Hitung: $1 - R' \cdot R_3$

16. Hitung: $R = \frac{R' + R_3 + R' \otimes R_3}{1 - R' \cdot R_3} = [R_x \ R_y \ R_z]^T$

17. Pilihan A, $R = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - f_1 f_2 f_3} \begin{bmatrix} f_1 + f_2 f_3 \\ f_2 - f_1 f_3 \\ f_3 + f_1 f_2 \end{bmatrix}$

18. Hitung: $f^2 = R_x^2 + R_y^2 + R_z^2$

19. Pilihan B, $R = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - f_1 f_3} \begin{bmatrix} f_1 + f_3 \\ f_2(1 + f_1 f_3) \\ f_2(f_1 - f_3) \end{bmatrix}$

20. Pilihan A, hitung: $q_4 = \tan^{-1} \frac{2(R_x - R_y R_z)}{1 + 2R_z^2 - f^2}$

$$q_5 = \sin^{-1} \frac{2(R_x R_z + R_y)}{1 + f^2}$$

$$q_6 = \tan^{-1} \frac{2(R_z - R_x R_y)}{1 + 2R_y^2 - f^2}$$

21. Pilihan B, hitung: $q_4 = \tan^{-1} R_x + \tan^{-1} \left(\frac{R_z}{R_y} \right)$

$$q_5 = 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{R_y^2 + R_z^2}{1 + R_z^2}}$$

$$q_6 = \tan^{-1} R_x - \tan^{-1} \left(\frac{R_z}{R_y} \right)$$

22. Output: $\omega'' = [q_4 \ q_5 \ q_6]^T$

23. Selesai

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Hasil Penelitian

Adapun hasil dari penelitian ini ditetapkan melalui 7 kasus sebagai berikut :

$$\text{Kasus 1: } f_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071, f_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,5774, f_3 = \frac{1}{2} = 0,5000$$

$$\text{Kasus 2: } f_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071, f_2 = \frac{1}{2} = 0,5000, f_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,5774$$

$$\text{Kasus 3: } f_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,5774, f_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071, f_3 = \frac{1}{2} = 0,5000$$

$$\text{Kasus 4: } f_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,5774, f_2 = \frac{1}{2} = 0,5000, f_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071$$

$$\text{Kasus 5: } f_1 = \frac{1}{2} = 0,5000, f_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,5774, f_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071$$

$$\text{Kasus 6: } f_1 = \frac{1}{2} = 0,5000, f_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071, f_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,5774$$

$$\text{Kasus 7*: ditetapkan langsung } R = [R_x \ R_y \ R_z]^T = [0 \ 1 \ 0]^T$$

$$\text{Pilihan A: } f_1 f_2 f_3 = 0,3062, 1 - f_1 f_2 f_3 = 0,6938$$

$$\text{Pilihan B: } f_1 f_2 = 0,5303 \text{ (Kasus 1=Kasus 5)} = 0,4083 \text{ (Kasus 2=Kasus 4)} = 0,4331 \text{ (Kasus 3=Kasus 6)}$$

$$1 - f_1 f_2 = 0,4697 \text{ (Kasus 1 dan 5)}, = 0,5917 \text{ (Kasus 2 dan 4)}, = 0,5669 \text{ (Kasus 3 dan 6)}$$

Tabel 2 Hasil perhitungan per kasus elemen elemen R_x, R_y, R_z untuk pilihan A dan pilihan B:

KASUS KE	PILIHAN A				PILIHAN B		
	R_x	R_y	R_z	f^2	R_x	R_y	R_z
Kasus 1	1,6433	0,0679	1,6695	5,4923	3,1022	1,8812	-0,0527
Kasus 2	1,6433	0,4925	1,5966	5,4921	2,1709	1,7850	0,1644
Kasus 3	1,5966	0,3950	1,6695	5,4924	2,3415	1,7876	-0,2153
Kasus 4	1,5966	0,4925	1,6433	5,4921	2,1709	1,7850	-0,1644
Kasus 5	1,4207	0,0679	1,6433	4,7234	3,1022	1,8812	0,0527
Kasus 6	1,4207	0,3950	1,5966	4,7235	2,3415	1,7876	0,2153
Kasus 7*	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000

*= Kasus yang nilai $R = [R_x \ R_y \ R_z]^T$ ditentukan langsung, dalam hal ini $R = [0 \ 1 \ 0]^T$

Tabel 3 Hasil perhitungan per kasus rotasi q_4, q_5, q_6 untuk pilihan A dan pilihan B:

KASUS KE	PILIHAN A			PILIHAN B		
	q_4	q_5	q_6	q_4	q_5	q_6
Kasus 1	70,52°	60,01°	70,85°	70,53°	60,00°	73,73°
Kasus 2	70,52°	73,74°	68,94°	70,53°	73,73°	60,00°
Kasus 3	60,00°	70,53°	62,49°	60,00°	70,53°	73,73°
Kasus 4	60,00°	73,74°	62,07°	60,00°	73,73°	70,53°
Kasus 5	57,35°	57,09°	61,53°	73,73°	60,00°	70,53°
Kasus 6	48,98°	68,54°	56,42°	73,73°	70,53°	60,00°
Kasus 7*	00,00°	90,00°	00,00°	00,00°	90,00°	00,00°

*= Kasus yang nilai $q^T = [q_4 \ q_5 \ q_6]^T$ dihitung dari $R = [0 \ 1 \ 0]^T$ yakni $q = [0^\circ \ 90^\circ \ 0^\circ]^T$
 $q_1 = 2, q_2 = 3, q_3 = 5$, Six DOF $\rightarrow q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T$

3.2. Pembahasan

Terlihat dari hasil bahwa pada pilihan A gerak rotasi q_4 empat kasus berpasangan dan dua tidak yaitu kasus 1 berpasangan dengan kasus 2, kasus 3 berpasangan dengan kasus 4. Sedangkan pada gerak rotasi q_5 terdapat dua kasus berpasangan yaitu kasus 2 berpasangan dengan kasus 4 dan empat tidak. Sementara pada gerak rotasi q_6 tidak ada kasus yang berpasangan. Pada pilihan B gerak rotasi q_4 enam kasus berpasangan dengan pasangan kasus 1 berpasangan kasus 2, kasus 3 berpasangan kasus 4, kasus 5

berpasangan kasus 6. Pada gerak rotasi q_5 enam kasus berpasangan dengan pasangan kasus 1 berpasangan kasus 5, kasus 2 berpasangan kasus 4, kasus 3 berpasangan kasus 6. Pada gerak rotasi q_6 enam kasus berpasangan dengan pasangan kasus 1 berpasangan kasus 3, kasus 2 berpasangan kasus 6, kasus 4 berpasangan kasus 5.

Tiga gerak translasi Kartesius terhadap sumbu x, y, z yakni q_1, q_2, q_3 sama sekali tidak berhubungan dengan tiga gerak rotasi q_4, q_5, q_6 . Artinya, mekanisme kerja dari gerak translasi dan gerak rotasi memiliki dan mengikuti algoritmanya sendiri tanpa ada suatu nilai yang menghubungkannya. Perhatikan pula bahwa dengan mengubah posisi TCP (EE) sebagai sumbu dari salah satu poros putarnya, ternyata hasil gerak tiga rotasinya juga berbeda, walau ada yang hampir sama.

4. Kesimpulan dan Saran

4.1. Kesimpulan:

1. Gerak tiga DOF translasi tidak saling bergantung dengan gerak tiga DOF rotasi.
2. Pemilihan tiga nilai parameter berbeda yang diatur secara kombinasi pada gerak rotasi menghasilkan pasangan nilai yang menurun dari 2 pasang ke 1 pasang, dan 0 pasang pada pilihan A (2, 1, 0). Sementara pada pilihan B menghasilkan 3 pasang untuk setiap gerak rotasi (3, 3, 3).
3. Pemilihan tiga nilai parameter yang sama menghasilkan besarnya gerak rotasi yang pada pilihan A dan pilihan B.

4.2. Saran:

Analisis menggunakan dua pilihan, kompleksitas analisis dapat meningkat dengan menambahkan satu pilihan lagi yaitu pilihan C, dimana vektor v dari TCP (EE) sejajar sumbu y (Ingat: pilihan A: sejajar sumbu z , pilihan B: sejajar (berimpit) sumbu x). Ada yang tertarik?, silahkan dilanjutkan!

Referensi

- [1]. <https://computersystemku.wordpress.com/2012/06/12/pengenalan-robot/> (diakses pada tgl 12/6/2020, jam 11.40)
- [2]. Fadlisyah dkk. 2008. "Robotika: Reasoning, Planning, Learning". Penerbit Graha Ilmu.
- [3]. Andi Nelwan. 2012. "Teknik Rancang Bangun Robot". Penerbit ANDI Yogyakarta.
- [4]. Widodo Budiharto. 2010. "Robot Tank dan Navigasi Cerdas". Edisi I. Penerbit Alex Media Komputindo.
- [5]. Yoram Korem. 1985. "Robotics for Engineer". McGraw-Hill Book Company